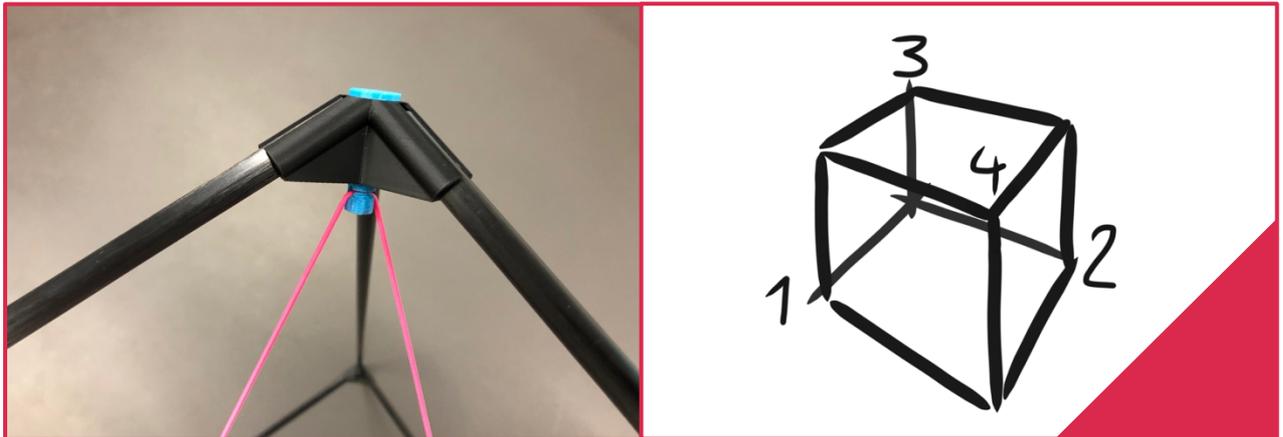


Auftrag A1

Vier Ecken verbinden



Man kann vier Ecken des Würfels so miteinander verbinden, dass ein regelmässiger Körper entsteht.

- ▶ Verbindet die Ecken 1, 2, 3 und 4 (siehe Bild rechts) des Würfels so, dass jede Ecke mit jeder anderen Ecken verbunden ist.
- ▶ Benutzt dazu die Eckhaken (siehe Bild links) und mehrere pinke Gummibänder.

Die Gummibänder bilden die Kanten eines neuen Körpers.

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der neue Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Könnt ihr das beweisen?
3. Ist es ein Platonischer Körper oder ein Archimedischer Körper oder ein anderer Körper? Wieso?
4. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen? Allenfalls sogar die Oberfläche?
5. Vergleicht sein Volumen mit dem des Würfels.

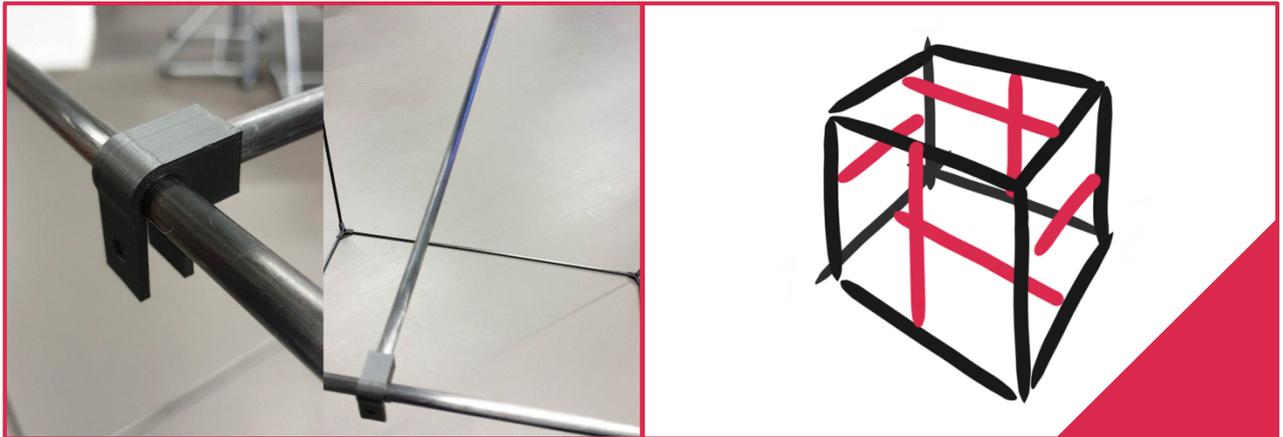
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 4 Eck-Haken
- 3 pinke Kordelschlingen
- Papier

Auftrag A2

Flächenmitten verbinden



Damit man die Mittelpunkte der Würfelflächen verbinden kann, muss man in jede Fläche einen Mittelstab (Bild links) einsetzen.

- ▶ Setzt die Stäbe wie im Bild rechts gezeichnet ein, dann kommen sich die Halterungen nicht in die Quere.
- ▶ In der Mitte jedes Mittelstabs setzt ihr einen Gummibandhaken.
- ▶ Verbindet jeweils drei benachbarte Haken mit einem grünen Gummiband. Die Gummibänder bilden die Kanten eines neuen Körpers.

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der neue Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Könnt ihr das beweisen?
3. Ist es ein Platonischer Körper oder ein Archimedischer Körper oder ein anderer Körper? Wieso?
4. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen? Allenfalls sogar die Oberfläche?
5. Vergleicht sein Volumen mit dem des Würfels.
6. Wenn man die Seitenmitten des Gummibandkörpers wieder miteinander verbinden würde, was für ein Körper würde dann entstehen?

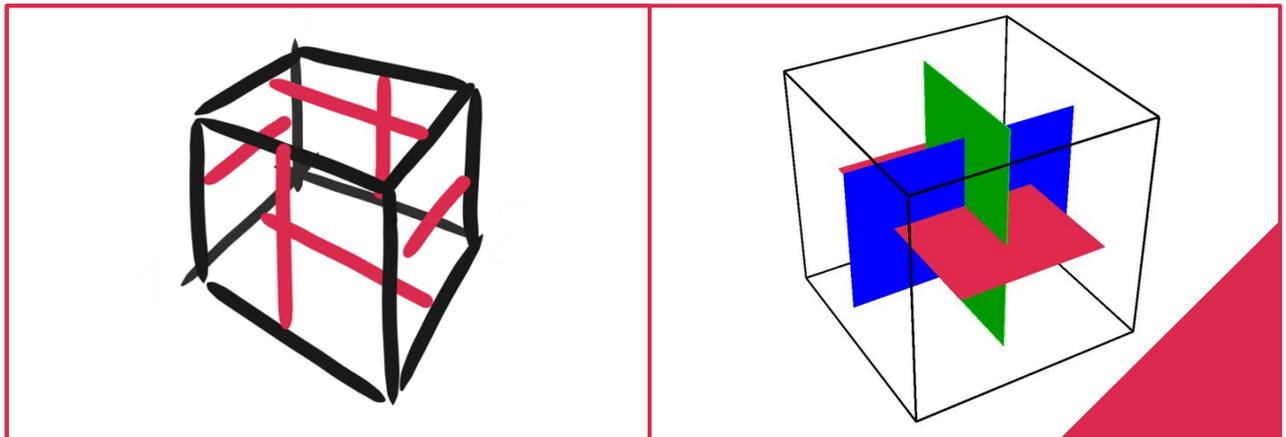
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 6 Mittelstäbe mit je zwei Halterungen
- 6 Gummibandhaken
- 8 grüne Kordelschlingen
- Papier

Auftrag A3

Goldene Rechtecke verbinden



Wir bilden in der Mitte des Würfels ein «Kreuz» aus sogenannten «Goldenen Rechtecken» (Bild rechts). Sie heissen so, weil ihre Seiten im Verhältnis des Goldenen Schnitts stehen. Die kurze Seite eines Rechtecks liegt dabei jeweils auf einem Mittelstab (Bild links, vergleiche Auftrag A2).

- ▶ Messt mithilfe des Holzmesstabs (Punkte G_1 und G_2) die kurzen Seiten ab und montiere an jeder Ecke der Rechtecke einen Gummibandhaken.
- ▶ Spannt die Rechtecke mit pinken Gummibändern auf.
- ▶ Verbindet mit einem grünen Gummiband drei benachbarte Ecken zu einem Dreieck. Die Gummibänder bilden die Kanten eines neuen Körpers.

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der neue Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Könnt ihr das beweisen?
3. Ist es ein Platonischer Körper oder ein Archimedischer Körper oder ein anderer Körper? Wieso?
4. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen?
5. Wenn man die Seitenmitten des Gummibandkörpers wieder miteinander verbinden würde, was für ein Körper würde dann entstehen?

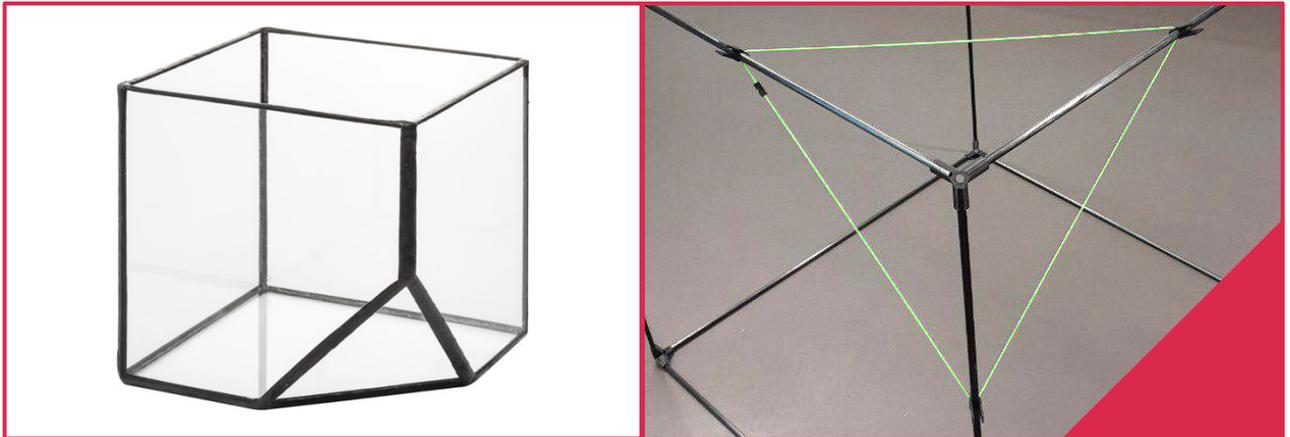
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 6 Mittelstäbe mit je zwei Halterungen
- 12 Gummibandhaken
- 20 grüne Kordelschlingen
- Papier

Auftrag A4

Ecken abschneiden Variante 1



Wir schneiden vom Würfel jede Ecke bis zur Mitte hin ab:

- ▶ Befestigt in der Mitte jeder Kante des Würfels einen Haken.
- ▶ Stell dich in Gedanken auf eine Ecke des Würfels. Von dieser Ecke aus hast du drei Haken als Nachbarn.
- ▶ Verbinde diese drei Haken mit einem grünen Gummiband. Es entsteht ein Dreieck, das sozusagen die Ecke, auf der du dich befindest, «abschneidet». Mach das mit jeder Ecke so.

Die grünen Gummibänder bilden einen neuen Körper.

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der neue Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Könnt ihr das beweisen?
3. Argumentiert: Weshalb ist dieser Körper kein platonischer Körper? Welche Regelmässigkeiten weist der Körper aber sonst auf? Hinweis: Betrachtet das Muster der Flächen, die an einer Ecke zusammentreffen.
4. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen? Allenfalls sogar die Oberfläche?
5. Vergleicht sein Volumen mit dem des Würfels.

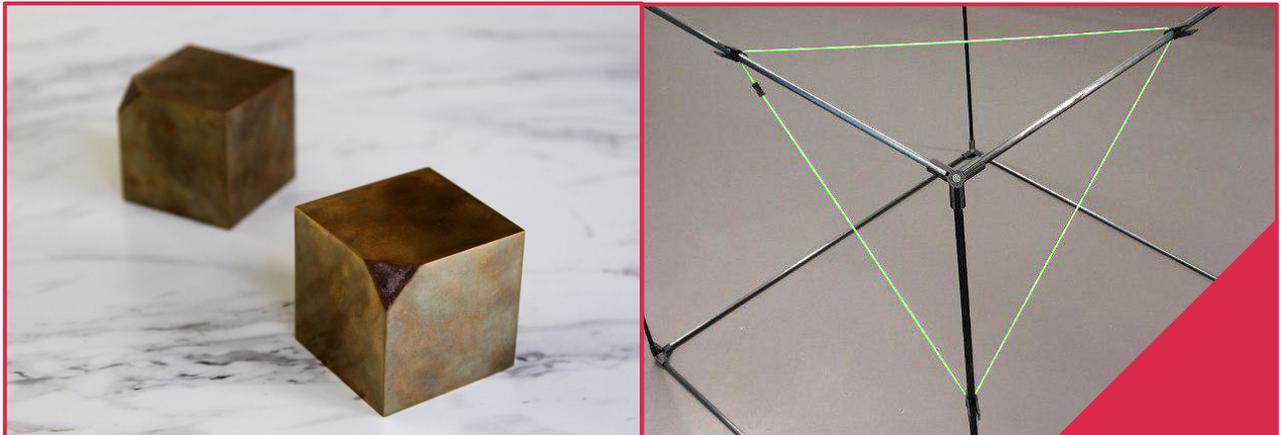
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 12 Gummibandhaken «parallel»
- 8 grüne Kordelschlingen
- Papier

Auftrag A5

Ecken abschneiden Variante 2



Für diesen Auftrag ist es sinnvoll, vorher bereits «Ecken abschneiden Variante 1» gelöst zu haben.

Variante 2 funktioniert im Aufbau fast gleich. Einzige Änderung: Du «schneidest» die Ecken nicht bis zur Kantenmitte ab, sondern nur so weit, dass in der Würfelfläche ein regelmässiges Achteck entsteht. Setzt die Haken dazu nach Augenmass und nimm blaue Gummibänder, um sie zu Dreiecken zu verbinden.

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der neue Körper?
2. Argumentiert: Welche Art von Körper ist entstanden (ein Platonischer, Archimedischer oder ein ganz anderer)? Begründet.
3. Wie gross ist der Abstand eines Hakens von der Ecke? Das kann man messen oder (schwierig) mit Termen und Gleichungen herleiten.
4. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen? Allenfalls sogar die Oberfläche?
5. Wie viel (Kubikmeter oder Prozent) kleiner ist sein Volumen als das des Würfels?

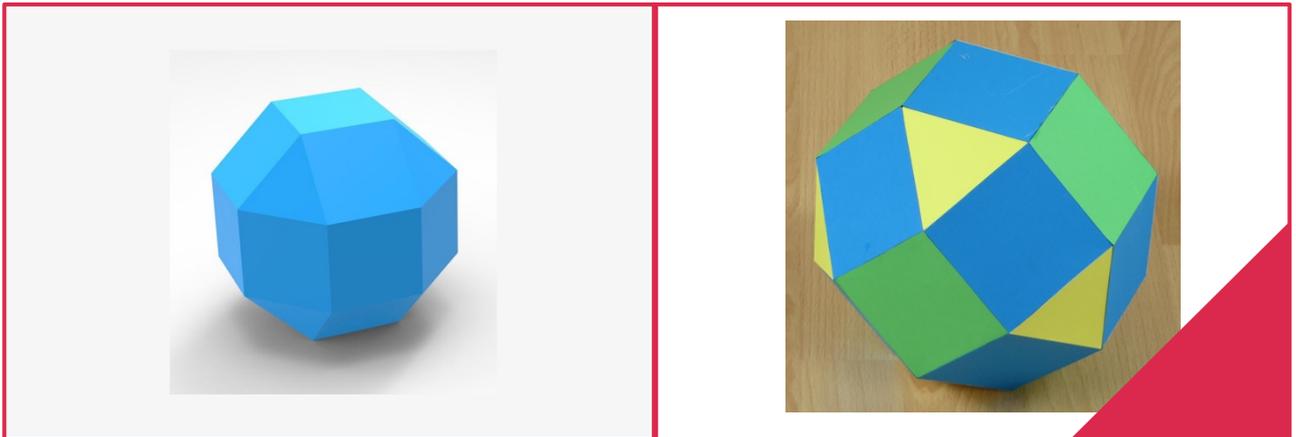
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 12 Gummibandhaken «verdreht»
- 8 blaue Kordelschlingen
- Papier

Auftrag A6

Kanten abschneiden



Der Körper auf den Bildern oben heisst «Rhombenkuboktaeder».

- ▶ Stellt ihn aus dem Würfel her, indem ihr mit den pinken Gummibändern die Kanten mit Rechtecken «abschneiden». Wichtig ist dabei der richtige Abstand der Gummibandhaken von den Ecken.
- ▶ Die Dreiecke macht ihr am besten, indem ihr an den passenden Schnittpunkten der pinken Gummibänder die dafür vorgesehenen speziellen «Kordelhaken» befestigt und dort grüne Gummibänder einzieht (evtl. müsst ihr diese zuschneiden, fragt dazu die Betreuenden).

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Könnt ihr das beweisen?
3. Wie gross muss der Abstand der Haken zu den Ecken sein, damit die Flächen regelmässig werden?
4. Argumentiert: Weshalb ist dieser Körper ein Archimedischer Körper?
5. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen? Allenfalls sogar die Oberfläche?

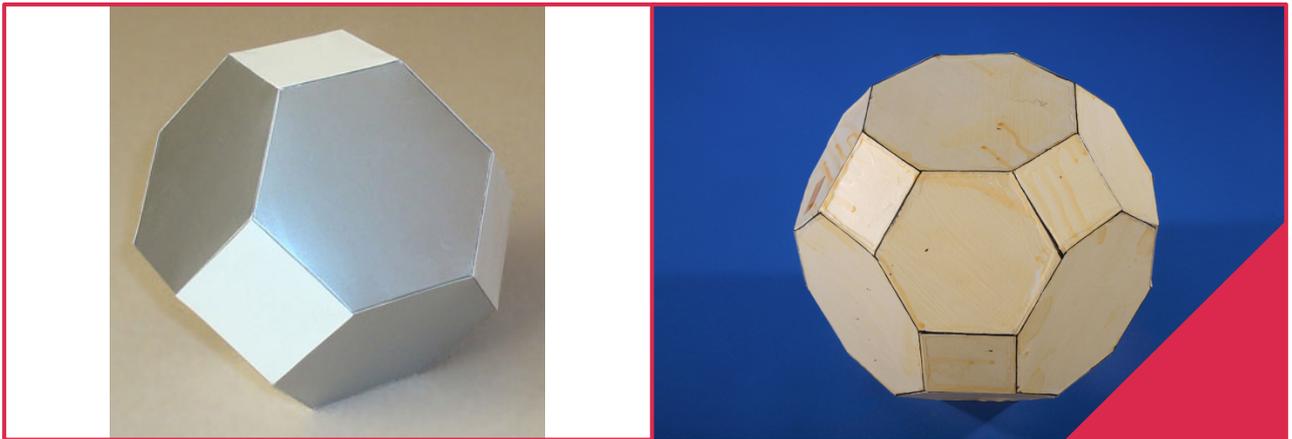
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 48 Gummibandhaken «verdreht»
- 12 pinke Gummibänder
- 24 «Kordelhaken»
- Lose grüne Gummibänder
- Papier

Auftrag A7

Kanten und Ecken abschneiden



Der «Oktaederstumpf» (links) und der «Kuboktaederstumpf» (rechts) lassen sich leider mit dem Modell nur sehr ungenau herstellen. Man muss für beide Körper zuerst die Kanten des Würfels abschneiden und danach die Ecken auch noch. Viel einfacher geht das am Computer mit dem Programm «Geogebra».

- ▶ Schneide dort vom Würfel Kanten ab (Schieberegler k) und danach Ecken (Schieberegler e).
- ▶ Stelle auf diese Weise nacheinander die beiden Körper oben her.

Überlegt euch folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Kannst du das beweisen?
3. Auf welche Werte musst du k und m einstellen, damit die Seitenflächen des Körpers regelmässig werden?
4. Argumentiere: Weshalb ist dieser Körper ein Archimedischer Körper?
5. Kannst du seine Kantenlänge berechnen?

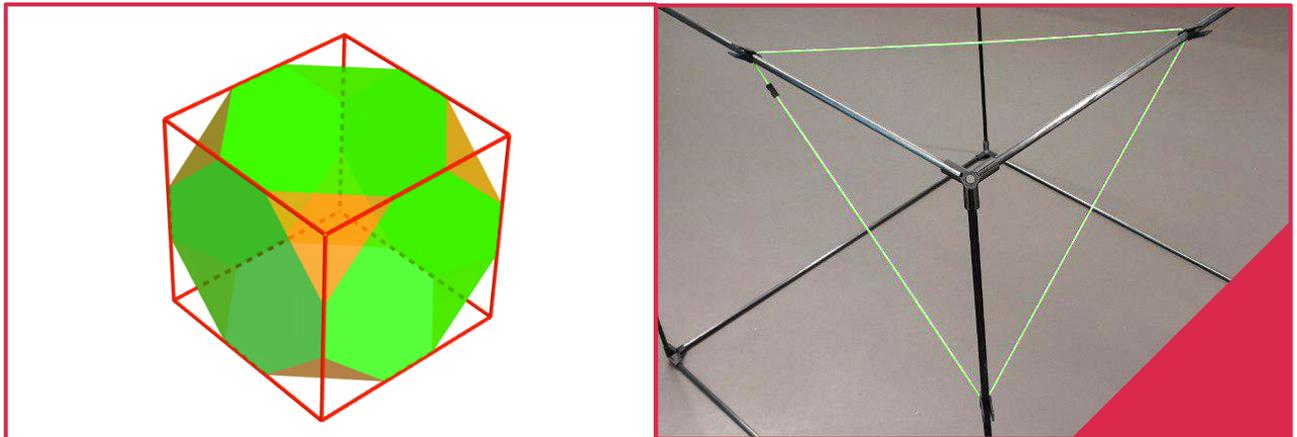
Halte deine Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tausche dich mit anderen Schülerinnen und Schülern aus.

Material:

- Computerstation mit Geogebra
- Papier

Auftrag A8

Ecken abschneiden



Schneidet von diesem Würfel in Gedanken alle Ecken so ab, dass die Schnittflächen regelmässige Dreiecke sind. Ihr könnt dazu Gummibandhaken an den Kanten befestigen und verschieben.

- ▶ Hängt mit den blauen, grünen oder pinken Gummibändern Dreiecke ein (je nach Grösse mit der passenden Farbe).
- ▶ Macht das bei jeder Ecke des Würfels. Alternativ kann man den Auftrag auch mit «Geogebra» am Computer bearbeiten.

Überlegt euch folgendes:

1. Wo müsst ihr die Haken platzieren, damit alle Flächen des entstehenden Körpers regelmässige Vielecke sind? Es gibt mehrere Möglichkeiten, beschreibt alle, die ihr findet mit den nächsten Fragen.
2. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Körper?
3. Welche Form haben die Flächen? Kannst du das beweisen?
4. Argumentiert: Ist der Körper ein Platonischer oder ein Archimedischer Körper oder gar keines von beidem?
5. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen? Evtl. auch die Oberfläche und sogar das Volumen?

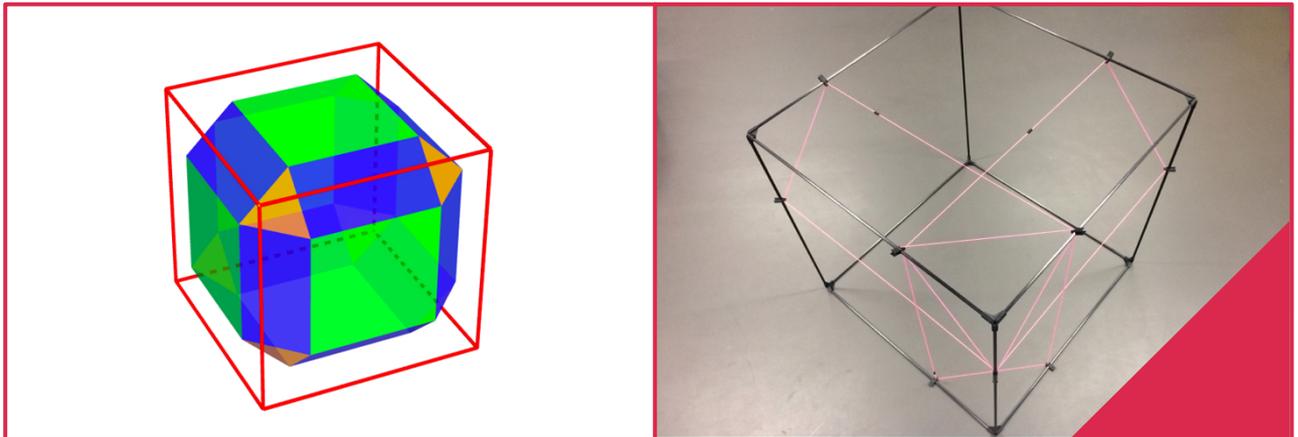
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Gummibandhaken
- Blaue, grüne und rote Gummibänder
- Computerstation mit Geogebra
- Papier

Auftrag A9

Kanten abschneiden



Schneidet von diesem Würfel in Gedanken alle Kanten so ab, dass die Schnittflächen Rechtecke sind. Ihr könnt dazu Gummibandhaken an den Kanten befestigen und verschieben.

- ▶ Hängt mit den pinken Gummibändern die Rechtecke ein.
- ▶ Macht das bei jeder Kante des Würfels.
- ▶ Alternativ kann man den Auftrag auch mit «Geogebra» am Computer bearbeiten.

Überlegt euch folgendes:

1. Durch das Wegschneiden der Kanten entstehen bei den Ecken «automatisch» Dreiecke. Stellt euch diese im Kopf vor oder markiert sie mit den speziell dafür vorgesehenen «Kordelhaken» und zieht dort lose Gummibänder ein.
2. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Körper?
3. Verschiebt die Haken so, dass alle Flächen des entstehenden Körpers regelmässige Vielecke sind. Wie gross ist der Abstand der Haken von den Ecken?
4. Argumentiert: Ist der Körper ein Platonischer oder ein Archimedischer Körper oder gar keines von beidem?
5. Könnt ihr seine Kantenlänge berechnen?

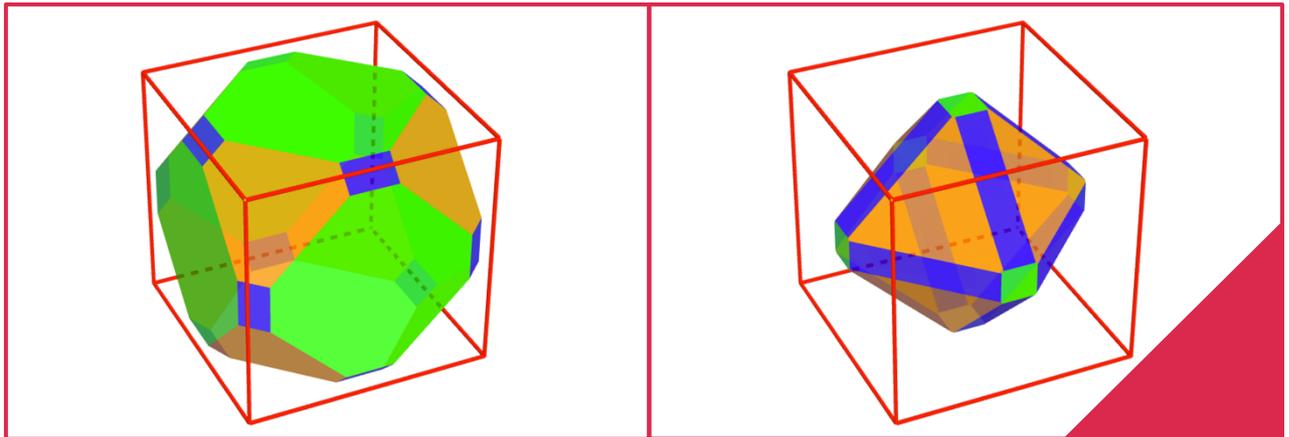
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Gummibandhaken
- Pinke Gummibänder
- «Kordelhaken», grünes Gummiband
- Computerstation mit Geogebra
- Papier

Auftrag A10

Kanten und Ecken abschneiden



Einige Körper sind mit dem Modell kaum mehr herzustellen bzw. werden sehr ungenau. Für sie arbeitest du besser und einfacher am Computer mit «Geogebra».

- ▶ Schneide vom Würfel zuerst Kanten und danach Ecken ab.
- ▶ Welche Werte musst du für die Schnittflächen der Kanten (k) und der Ecken (e) einstellen, damit ein regelmässiger Körper entsteht?
- ▶ Finde möglichst viele verschiedene Körper!

Überlegt euch bei jedem gefundenen Körper folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Körper?
2. Welche Form haben die Flächen? Kannst du das beweisen?
3. Argumentiere: Ist der Körper ein Platonischer oder ein Archimedischer Körper oder gar keines von beidem?
4. Kannst du seine Kantenlänge berechnen?

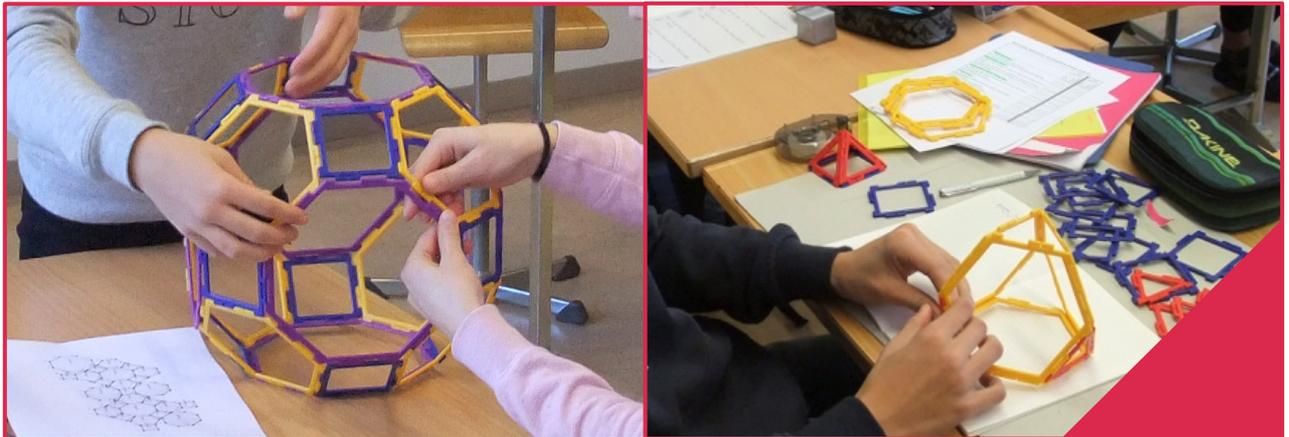
Halte deine Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tausche dich mit Mitlernenden aus. Wer findet am meisten Körper?

Material:

- Computerstation mit Geogebra
- Papier

Auftrag A11

Körper mit Polydronteilen herstellen



Polydron ist ein 3D-Stecksystem, bei dem die «Puzzle-Teile» regelmässige Vielecke sind.

- ▶ Stellt damit möglichst viele unterschiedliche regelmässige Körper her.
- ▶ Haltet eure Ergebnisse mit dem Smartphone fotografisch fest.
- ▶ Zerlegt die gefundenen Körper am Ende eurer Arbeit wieder, damit ihr anderen Gruppen keine «Starthilfe» gebt.

Überlegt euch für jeden Körper folgendes:

1. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Körper?
2. Welche Muster entstehen an den Ecken? Entsteht bei jeder Ecke dasselbe Muster?
3. Ist es ein Platonischer Körper oder ein Archimedischer Körper oder ein anderer Körpertyp? Wieso?
4. Hat der Körper Ähnlichkeiten mit einem, den ihr bereits vorher zusammengesetzt habt? Welche?

Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Polydron-Teile
- Papier



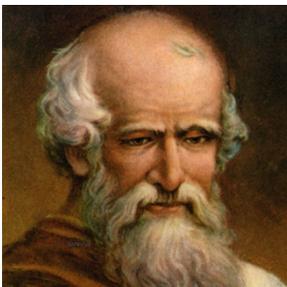
Was sind Platonische und Archimedische Körper?



Platon, 428 - 328 v. Chr.

Platonische Körper zeichnen sich durch die folgenden Eigenschaften aus:

- Platonische Körper sind konvex («nach aussen gewölbt»).
- Die Seitenflächen sind kongruente, regelmässige Vielecke.
- In jeder Ecke treffen immer genau gleich viele Seitenflächen aufeinander.



Archimedes, 287 - 212 v. Chr.

Archimedische Körper zeichnen sich durch die folgenden Eigenschaften aus:

- Archimedische Körper sind konvex.
- Die Seitenflächen sind regelmässige Vielecke, haben aber nicht alle gleich viele Ecken, dafür alle gleich lange Seiten.
- In jeder Ecke findet man dasselbe Muster aufeinander-treffender Seitenflächen.
- Etwas schwieriger zu verstehen: Wenn man sich zwei beliebige Ecken merkt, kann man den Körper entweder so drehen oder spiegeln, dass die beiden Ecken vertauscht sind, man das dem Körper aber nicht ansieht.



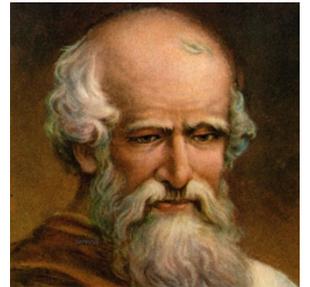
Station A Regelmässige Körper



Platon, 428 - 328 v. Chr.

Platon und Archimedes waren zwei griechische Philosophen, Naturwissenschaftler und Mathematiker – als sie vor über 2000 Jahren gelebt hatten, unterschied man das noch nicht. Sie untersuchten beide regelmässige geometrische Körper. Nach ihnen sind die fünf Platonischen und die dreizehn Archimedischen Körper benannt, von denen du mithilfe dieses Exponats einige kennenlernen wirst.

Archimedes, 287 - 212 v. Chr.



Es gibt unterschiedlich schwierige Aufträge:

-  **Blau** einfache Aufträge mit klaren Anweisungen
-  **Rot** kompliziertere Aufträge mit klaren Anweisungen
-  **Schwarz** offene Forschungsaufträge, die zu einfachen und komplizierten Körpern führen

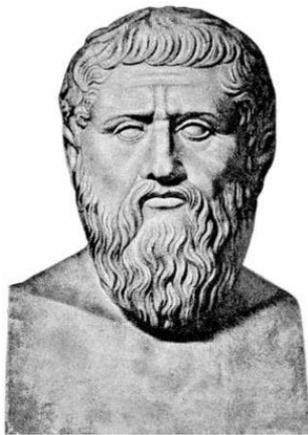
Schätze dich selber ein:
Möchtest du lieber einen **blauen**, einen **roten** oder einen **schwarzen** Auftrag probieren?

Du kannst natürlich auch mehrere bearbeiten!



Station B

Platonische und Archimedische Parkette



Das ist Platon, einer der berühmtesten griechischen Philosophen der Antike (um 400 v. Chr.). In erster Linie beschäftigte er sich aber nicht mit Geometrie, sondern mit philosophischen Fragen. So zum Beispiel, wie wir Menschen zu gesicherten Erkenntnissen gelangen können.

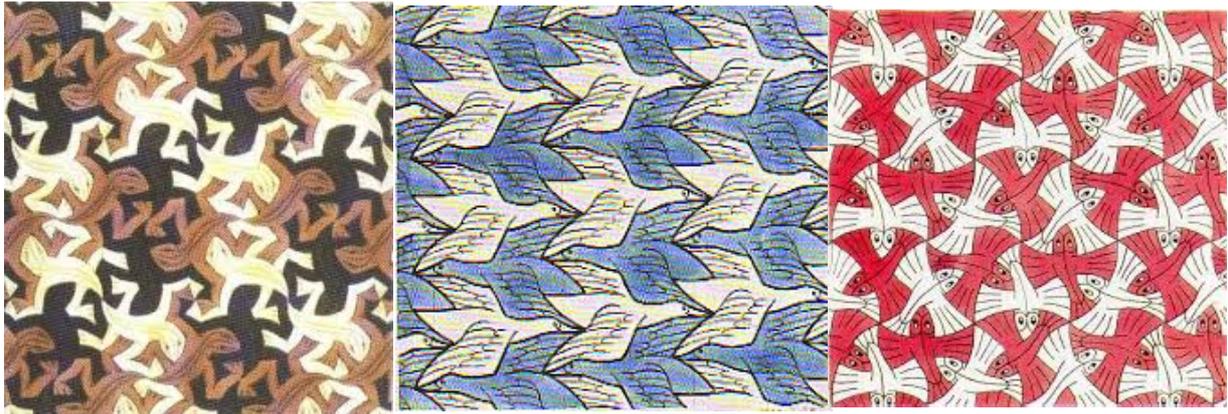
Bei einer anderen Station lernst du die Platonischen Körper kennen, die nach Platon benannt sind. Wir beschäftigen uns nun mit einem verwandten Phänomen.

Es gibt nur einen Auftrag:

1. Platonische und Archimedische Parkette

Auftrag B1

Platonische und Archimedische Parkette



Diese drei Bilder stammen von M.C. Escher (1898-1972). In der Geometrie würde man von Parketten sprechen. Ein Parkett liegt vor, wenn eine Fläche lückenlos und ohne Überlappungen mit geometrischen Figuren bedeckt wird.

Regelmässige Parkette bestehen ausschliesslich aus regelmässigen Vielecke. Das sind Vielecke, bei denen alle Seiten gleich lang und alle Innenwinkel gleich gross sind.

Überlegt euch folgendes:

1. Welche regelmässigen Vielecke kennt ihr bereits?
2. Welche dieser Vielecke sind besonders geeignet, um ein Parkett zu legen? Welche eher nicht?
3. Woran liegt das?

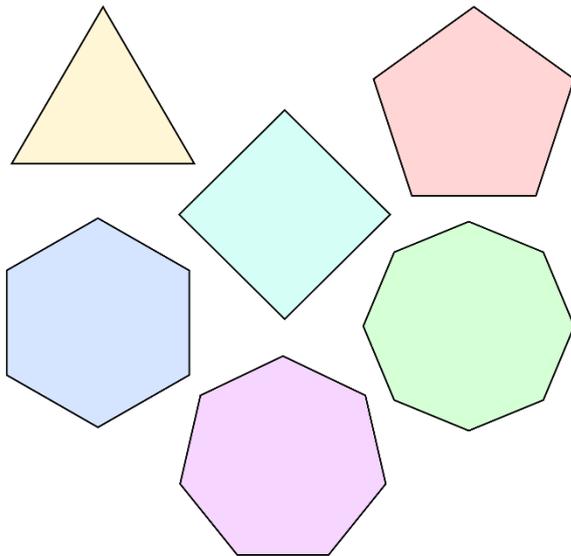
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Regelmässige Vielecke
- Papier

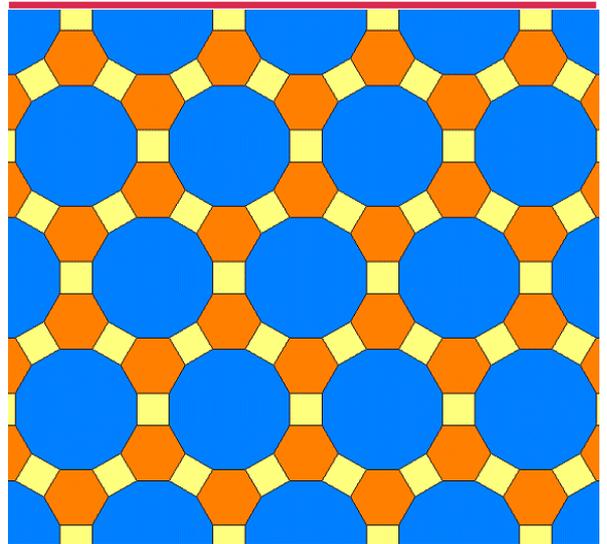
Aufgaben zum Weiterdenken

Aufgabe 1



Sind bei einem Parkett alle Vielecke kongruent (also von gleicher Sorte), nennt man dies ein *Platonisches Parkett*. Legt mit den Vielecken Platonische Parkette. Wie viele gibt es? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 2



Dies ist ein Archimedisches Parkett, bei dem nun nicht mehr alle Vielecke kongruent sind. Damit wir von einem Archimedischen Parkett sprechen, müssen alle Eckenmuster gleich sein. Zudem müssen alle Seiten der Vielecke gleich lang sein. In unserem Beispiel treffen stets ein Zwölfeck, ein Sechseck und ein Viereck zusammen. Legt möglichst viele Archimedische Parkette.

Aufgabe 3

Weil bei allen Platonischen und Archimedischen Parketten die Eckenmuster gleich sind, kann jedes mit einem Code beschrieben werden. Das Beispiel bei Aufgabe 2 kann mit $12 - 6 - 4$ bezeichnet werden, weil sich in jeder Ecke ein Zwölfeck, ein Sechseck und ein Viereck treffen. Beschreibt eure Parkette mit dem entsprechenden Code.



Station C Der Polyedersatz



Das ist Leonard Euler, einer der grössten Mathematiker aller Zeiten.

Er hat einen grossen mathematischen Satz über den Zusammenhang von Ecken, Kanten und Flächen in einem Polyeder (einem Vielflächler) entdeckt.

Ihr werdet heute diesen Satz selbst entdecken und zudem noch viele mathematische Brücken zu anderen Situationen herstellen.

Es gibt 4 Aufträge:

1. Das Schokoladen-Problem
2. Das Nagelbrett
3. Polyedernetze
4. Ein Spiel namens „Rosenkohl“

Beginnt mit Station 1 und 2. Den Polyedersatz von Euler entdeckt ihr in Station 3. Wenn noch Zeit bleibt, könnt ihr bei der Station 4 noch weitere Entdeckungen machen.

Auftrag C1

Das Schokoladen-Problem



Vor euch liegt eine Tafel Schokolade! Ziel ist es die Schokolade zu zerbrechen, bis nur noch einzelne lose Stückchen vor euch liegen. Dabei sollen möglichst wenige Brechungen gemacht werden.

Überlegt euch folgendes:

1. Auf welche Weisen kann man die Schokolade überhaupt zerteilen, damit ich nur noch lose Stückchen habe?
2. Wie oft muss man mindestens brechen, bis man nur noch lose Stückchen hat?
3. Wie oft muss man höchstens brechen, bis man nur noch lose Stückchen hat?

Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- 2 Tafeln Schokolade
(fragt eine der Betreuungspersonen!)
- Papier
- Zusätzliche Aufgaben auf Blatt 2

Aufgaben zum Weiterdenken

Aufgabe 1



Aus wie vielen Stückchen besteht eine Tafel Schokolade, die man mit 11-mal brechen in lose Stückchen zerteilt? Aus wie vielen Reihen kann die Tafel bestehen?

Aufgabe 2



Wie oft muss ich eine 20x50-Tafel brechen?

Aufgabe 3



Stephan hat eine quadratische Tafel Schokolade in einzelne Stückchen zerteilt. Er habe dafür 16 Brechungen benötigt. Warum muss sich Stephan verzählt haben?

Auftrag C2

Das Nagelbrett



Vor euch liegt ein grosses «Geobrett». Wählt zwei Nägel aus und verbindet diese mit einem Gummiband. Wählt zwei weitere Nägel aus und verbindet diese wieder. Wiederholt das so lange, bis ihr insgesamt 15 Nägel so verbunden habt, dass man über einen Weg von Gummibändern von jedem dem 15 Nägel zu jedem anderen dieser Nägel laufen kann. Achtet darauf, dass keine Schlaufen bzw. Kreise entstehen.

Überlegt euch folgendes:

1. Gibt es verschiedene Wege die ausgewählten 15 Nägel zu verbinden?
2. Wie viele Gummibänder benötigt man mindestens um alle 15 Nägel zu verbinden?
3. Wie viele Gummibänder benötigt ihr mindestens um alle Nägel auf dem Brett zu verbinden?
4. Was hat die Lösung von Aufgabe 1 mit dem Schokoladenproblem zu tun? Gibt es auch Unterschiede zwischen den Aufgaben?

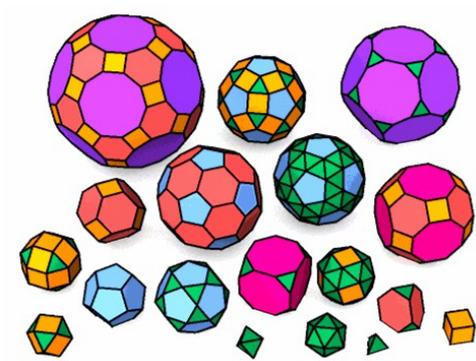
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Geobrett
- Gummibänder
- Papier

Auftrag C3

Polyedernetze



Faltet mindestens 4 von den vor euch liegenden Netzen zu Körper zusammen. Fixiert die Klebekanten mit Klebeband. Zählt jeweils die Ecken, Flächen und Kanten – unterscheidet bei den Kanten zwischen Kanten die geklebt wurden (KK) und Kanten die ihr falten musstet (FK) und übertragt die Zahlen in die Tabelle.

Überlegt euch folgendes:

1. Vergleicht die Anzahl der Klebekanten (KK) mit der Anzahl der Ecken (E). Welcher Zusammenhang besteht?
2. Vergleicht die Anzahl der zu faltenden Kanten (FK) und den Flächen (F). Welcher Zusammenhang besteht?
3. Was hat der Zusammenhang mit dem Schokoladenproblem zu tun? Könnt ihr den Zusammenhang begründen?
4. Könnt ihr aus dieser Erkenntnis eine Gleichung aufstellen die den Zusammenhang von Ecken (E), Flächen (F) und Kanten (K) beschreibt?

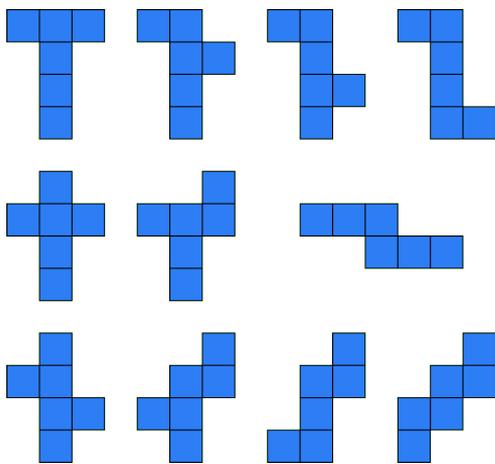
Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Körpernetze
- Klebeband
- Arbeitsblatt Tabelle
- Zusätzliche Aufgaben auf Blatt 2

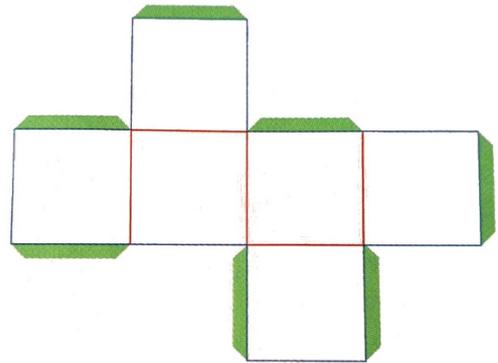
Aufgaben zum Weiterdenken

Aufgabe 1



Bei diesen 11 Figuren handelt es sich um Würfelnetze. Es fehlen noch die Kleberänder. Zeichne diese durch eine dicke Linie ein. Wie viele benötigst du jeweils?

Aufgabe 2



In diesem Würfelnetz sind die Kanten des Würfels die auf dem Rand des Netzes liegen blau eingefärbt und die inneren Kanten rot. Gibt es von jeder Ecke zu jeder anderen Ecke genau einen Weg aus blauen Kanten? Begründe!

Aufgabe 3



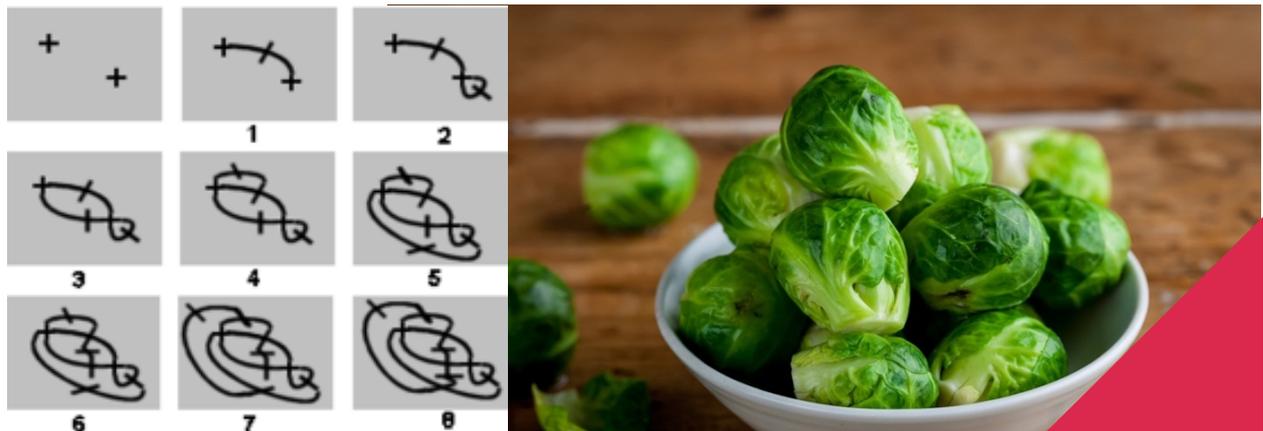
Ihr habt den Eulerschen Polyedersatz entdeckt:

$$E - K + F = 2$$

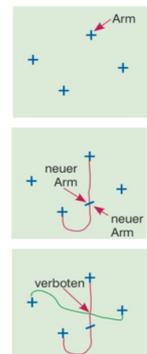
Gilt dieser auch für den Fussball? Testet den Satz an weiteren Körpern.

Auftrag C4

Ein Spiel namens «Rosenkohl»



Für das folgende Zwei-Personen-Spiel brauchst du einen Spielpartner und ein leeres Blatt Papier. Zu Beginn zeichnet ihr vier Kreuze auf das Papier. Jedes Kreuz besteht aus vier Armen. Insgesamt habt ihr 16 Arme. Ein Zug besteht darin, zwei Arme zu verbinden und irgendwo auf der Linie einen Querstrich zu setzen, so dass zwei neue Arme entstehen. Abwechselnd werden Linien gezogen. Dabei darf keine vorhandene Linie durchkreuzt werden. Verloren hat der Spieler, der als erstes keinen Zug mehr durchführen kann.



Überlegt euch folgendes:

1. Wer gewinnt häufiger? Der erste oder der zweite Spieler?
2. Verbündet euch gegen das Spiel und versucht so viele Züge wie möglich zu erreichen!
3. Versucht das Spiel in möglichst wenig Zügen zu beenden. Bei wie vielen Zügen liegt euer Rekord?
4. Bearbeitet die **“Aufgaben zum Weiterdenken”** und überlegt euch, wie viele verbindende Züge überhaupt möglich sind. Was hat das mit dem Schokoladen- und dem Nagelbrett-Problem zu tun?

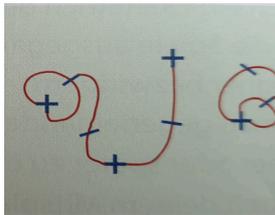
Material:

- Papier und Stift
- Zusätzliche Aufgaben auf Blatt 2 u. 3

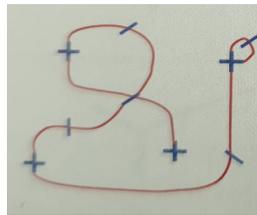
Aufgaben zum Weiterdenken

Zu einer **Komponente** gehören alle Kreuze, die in dem Moment schon durch eine Linie verbunden sind.

Die Verbindungslinien teilen das Blatt in **Gebiete**. Auch das „Aussengebiet“ zählt als Gebiet.

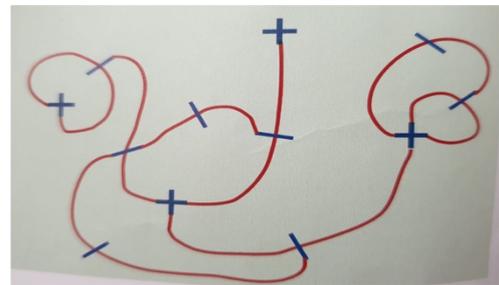


2 Komponenten
4 Gebiete



1 Komponente
3 Gebiete

Aufgabe 1

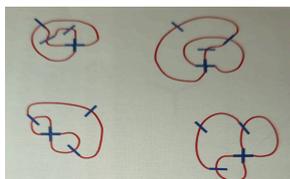
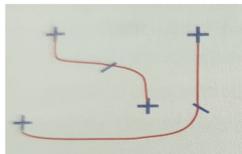
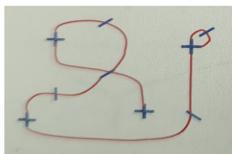


Aus wie vielen Komponenten und Gebieten besteht diese Spielsituation?

Während des Spieles muss man Züge machen, bei denen zwei Arme im Anschluss nicht mehr verbunden werden können. Solche Züge nennt man **trennende Züge**.

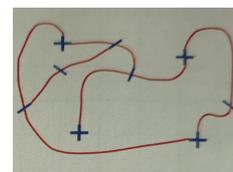
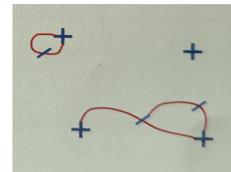
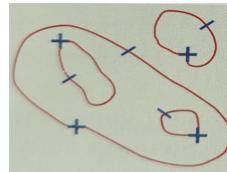
Bei einem nicht-trennenden Zug werden stets zwei Gebiete miteinander verbunden. Daher nennen wir diese Züge **verbindende Züge**.

Aufgabe 2



Zeichne diese Spielsituationen ab und ergänze jeweils einen trennenden Zug. Ist dies immer möglich? Wie verändert sich die Anzahl an Gebieten und Komponenten mit jedem trennenden Zug?

Aufgabe 3



Zeichne diese Spielsituationen ab und ergänze jeweils einen verbindenden Zug. Wie verändern sich hier die Anzahl an Gebieten und Komponenten?

Aufgabe 4

Wie viele Komponenten gibt es zu Beginn des Spieles?

Wie viele verbindende Züge sind demnach im Verlaufe des Spieles höchstens möglich?

Kannst du einen Zusammenhang zum **Nagelbrett-Problem** herstellen?

Warum ist das Spiel noch nicht zu Ende, sobald man die maximale Anzahl an verbindenden Zügen durchgeführt hat?

Aufgabe 5

Am Anfang des Spiels besteht das Zeichenblatt nur aus einem Gebiet. Am Ende ist die Anzahl stets gleich der Anzahl der Arme (also in unserem Fall 16) Warum ist das so?

Wieviele trennende Züge gibt es demnach während des Spiels?

Kannst du einen Zusammenhang zum **Schokoladen-Problem** herstellen?

Fazit:

Die Anzahl der Arme, Komponenten und Gebiete ist unabhängig vom Spielverlauf. Daher ist auch die Anzahl der Züge unabhängig vom Spielverlauf.

Ich kann daher vorhersagen wer gewinnt.

Bei unserem Spiel gibt es 3 verbindende und 15 trennende Züge. Insgesamt also 18 Züge. Damit verliert stets der Spieler, der beginnt. (Warum?)

Aufgabe 6

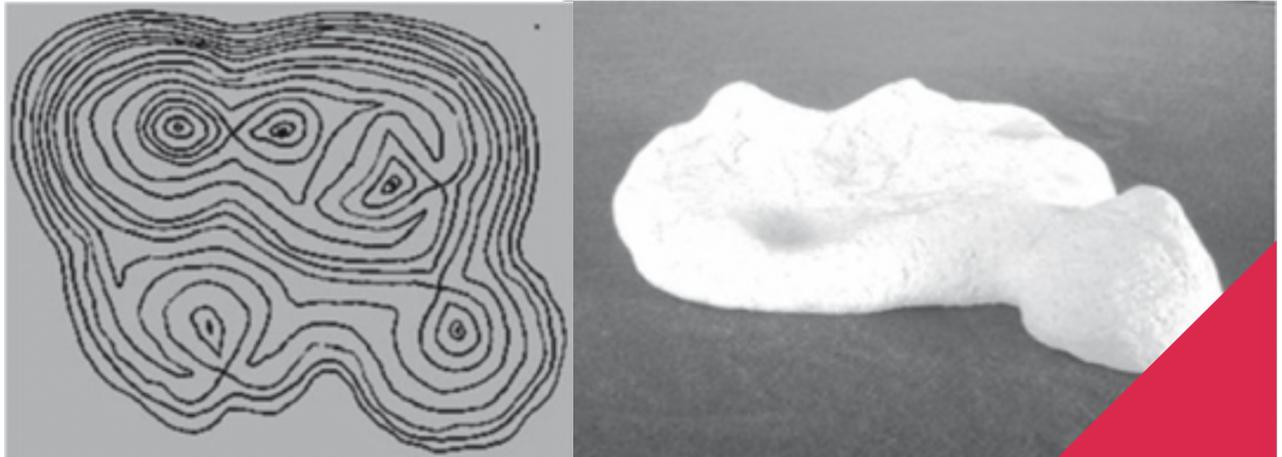
Angenommen wir haben ein sehr grosses Blatt Papier und sehr viel Zeit!
Wie viele Züge hat ein Spiel, das mit 99 Kreuzen startet?

Aufgabe 7

Teste Spiele mit verschiedenen Anzahlen an Kreuzen. Wann gewinnt Spieler 1, wann Spieler 2?

Auftrag D5

Höhenkarte einer Insel



In dem Bild seht ihr eine Höhenkarte einer Insel. Die Karte besteht aus geschlossenen Linien, die sich gegenseitig umschliessen. Punkte auf einer Linie haben alle dieselbe Höhe über dem Meeresspiegel. Die äusserste Linie ist die Küste und liegt damit genau auf dem Meeresspiegel. Hat eine Höhenlinie zwei benachbarte Höhenlinien, so liegt eine höher und die andere tiefer.

Ein Punkt, der höher als alle andere Punkte liegt in seiner Umgebung, nennen wir **Berg**, ein Punkt der tiefer liegt als alle in seiner Umgebung, nennen wir **Tal**.

Überlegt euch folgendes:

1. Findet ihr alle Punkte auf der Karte, die **Täler** und **Berge** sind? Markiert diese mit T und B.
2. Einige Linien schneiden sich selbst. Diese «Doppelpunkte» nennen wir **Pässe**. Warum? Wieviele Pässe hat die Insel?
3. Die Anzahl der Berge und Täler ist zusammen um eins grösser als die Anzahl der Pässe. Begründet dies mit Hilfe des Schokoladenproblems.
4. Zeichnet weitere Höhenkarten und überprüft den Zusammenhang! Wie sieht eine Insel aus mit 3 Bergen, 1 Pass und keinem Tal?

Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Stift und Papier

Pyramiden aus Holzwürfeln

Kantenlänge	Anzahl Würfel im Umwürfel	Anzahl Würfel der Pyramide	Anzahl W. im Umwürfel Anzahl W. der Pyramide
1	1	1	$\frac{1}{1} = 1$
2	8	5	$\frac{8}{5} = 1.8$
3	27	14	$\frac{27}{14} \approx 1.93$
4		30	
5			
6			
10			
100			
1000			





Station D

Faszination «Pyramidenvolumen»



Wenn wir das Wort *Pyramide* hören, denken die meisten an die imposanten, ägyptischen Bauwerke oder an das weltberühmte Matterhorn.

In der Schule lernen wir, wie das Volumen einer Pyramide berechnet werden kann. Wie aber kommt man auf diese Formel? ... und warum stimmt sie tatsächlich?

Ihr werdet heute einige Experimente machen und an verschiedenen Stationen das Pyramidenvolumen untersuchen – viel Vergnügen!

Es gibt 5 Aufträge:

1. Pyramiden bauen
2. Umschüttversuche
3. Massen vergleichen
4. Theorie-Ecke
5. Pyramiden «addieren»

Es ist egal, mit welcher Station ihr startet. Die Reihenfolge für eure Erkundungen spielt keine Rolle.

Auftrag D1

Pyramiden bauen



In der Schachtel vor euch liegen ziemlich viele Tennisbälle!

Ziel ist es, mit Hilfe der Holzrahmen zwei Pyramiden aus Tennisbällen zu bauen.

Vorbereitung:

1. Schätzt zuerst, wie viele Tennisbälle ihr für die Pyramide mit dem *quadratischen Holzrahmen* brauchen werdet.
2. Schätzt zuerst, wie viele Tennisbälle ihr für die Pyramide mit dem *dreieckigen Holzrahmen* brauchen werdet.
3. Welche Pyramide wird höher werden?

Haltet eure Schätzungen auf einem Blatt Papier fest.

Material:

- 2 Holzrahmen (Quadrat, Dreieck)
- Tennisbälle
- Zusätzliche Aufgaben auf Blatt 2

Aufgaben zum Weiterdenken

Aufgabe 1



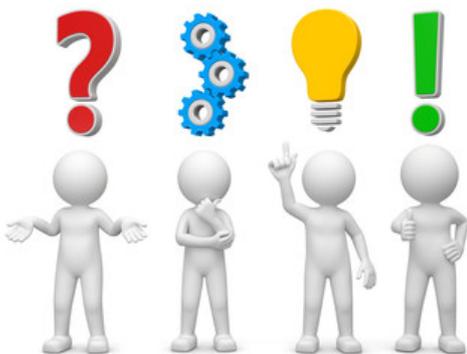
Baut die beiden Tennisball-Pyramiden und macht ein Erinnerungsfoto mit eurem Smartphone!

Aufgabe 2



Aus wie vielen Tennisbällen bestehen die gebauten Pyramiden?

Aufgabe 3



- Vergleicht eure Schätzungen mit der tatsächlich benötigten Anzahl Tennisbälle.
- Welche Pyramide ist höher? Warum?

Aufgabe 4

- Überlegt euch, wie viele Tennisbälle nötig wären, wenn wir die Pyramiden bis zur Zimmerdecke bauen würden.
- Welches Gewicht hätten diese Pyramiden?
- Wie teuer wären diese Pyramiden?
- Wie «gross» wären die Holzrahmen?

Auftrag D2

Umschüttversuche

Material:

- 4 Pyramiden, 4 Prismen aus Plexiglas
- Füllmaterial



An dieser Station werdet ihr den Inhalt von Pyramiden und Prismen vergleichen. Dies geschieht durch Umschütten. Los geht's!

Ziel ist es, das Verhältnis vom Prisma zur Pyramide (oder umgekehrt) zu erkunden.

Aufgabe 1

- Füllt eine Pyramide mit Granulat und schüttet den Inhalt in das entsprechende Prisma mit gleicher Grundfläche. Wie oft hat der Pyramideninhalt im Prisma Platz?
- Warum lässt sich so die Volumenformel für Pyramiden herleiten und/oder nachvollziehen?

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

Aufgabe 2

Vergleicht die Massen der gefüllten Füllkörper (Pyramide und Prisma) von Aufgabe 1 mit Hilfe der Waage.

Welches Ergebnis erwartet ihr?
Bestätigt sich eure Vermutung?

Auftrag D3

Massen vergleichen



An dieser Station werdet ihr die Masse von Pyramiden und Prismen vergleichen. Dies geschieht durch Wägen der einzelnen Körper. Los geht's!

Ziel ist es, das Verhältnis vom Prisma zur Pyramide (oder umgekehrt) zu erkunden.

Vorbereitung:

1. Aus welchen unterschiedlichen Materialien bestehen die Körper?
2. Sortiert die Körper nach Material.
3. Nehmt euch die **Aufgaben zum Weiterdenken** vor. Ihr benötigt dazu das Arbeitsblatt «Massen von Prismen & Pyramiden».

Material:

- Arbeitsblatt
- Diverse Pyramiden, Prismen zum Wägen

Aufgaben zum Weiterdenken

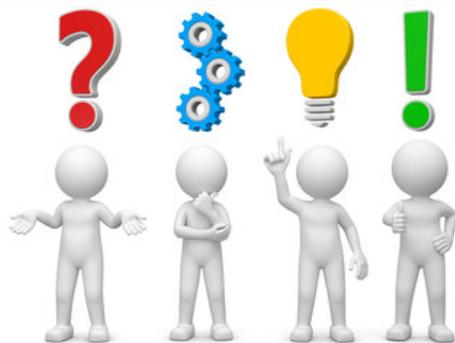
Aufgabe 1



- a) Wägt jeweils das Prisma und die entsprechende Pyramide mit der gleichen Grundfläche (wie das Prisma). Notiert die Messungen (Arbeitsblatt), vergleicht die Massen und formuliert eine Vermutung.
- b) Warum lässt sich so die Volumenformel für Pyramiden herleiten und/oder nachvollziehen?

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

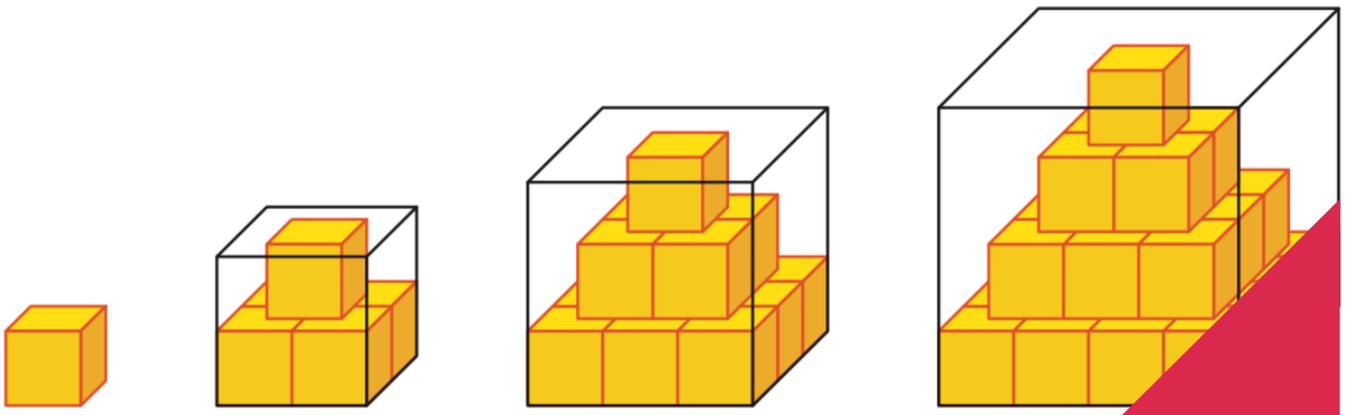
Aufgabe 2



Warum sind die Pyramiden von Aufgabe 1 nicht **genau** 3x leichter als die entsprechenden Prismen?

Auftrag D4

Theorie-Ecke



An dieser Station werdet ihr zwei exakte Methoden kennenlernen, wie die Formel für das Volumen einer Pyramide hergeleitet werden kann. Natürlich werden wir hier etwas Rechnen müssen – mit Unterstützung des Computers. Los geht's!

Ziel ist es, dass ihr die Grundideen der beiden Methoden versteht.

Vorbereitung:

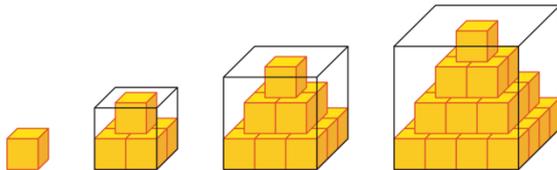
1. Baut die obere Abbildung mit Holzwürfeln nach.
2. Nehmt euch die **Aufgaben zum Weiterdenken** vor. Ihr benötigt dazu das Arbeitsblatt «Pyramiden aus Holzwürfeln».

Material:

- Arbeitsblatt
- Holzwürfel
- Taschenrechner
- Computer

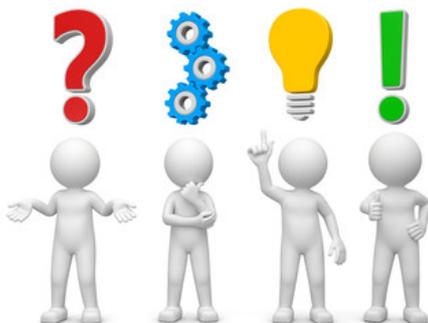
Aufgaben zum Weiterdenken

Aufgabe 1



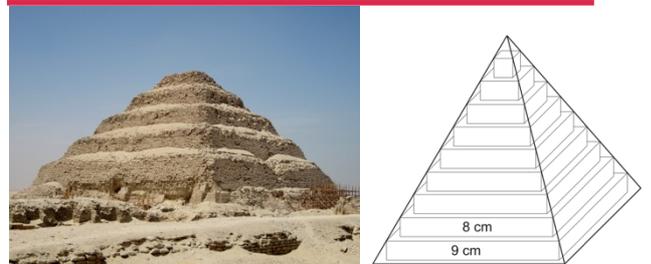
- Wie geht die Folge weiter? Baut die 5. und 6. Pyramide mit Holzwürfeln.
- Füllt die Zeilen für die 5. und 6. Pyramide auf dem Arbeitsblatt aus.
- Ergänzt mit Hilfe des Computers die Tabelle. Was passiert in der letzten Spalte? Was sagt uns diese Zahl (Quotient)?

Aufgabe 3



Kann man die vorgestellte Methode von Aufgabe 1 auch «umkehren»? Das heisst, wir gehen von einem konstant grossen Umwürfel aus und machen die Holzwürfel dafür immer kleiner.

Aufgabe 2

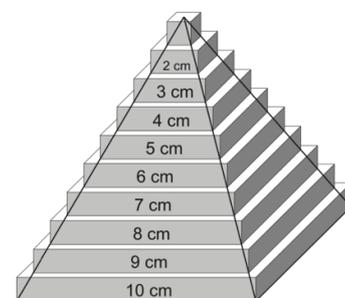


Das Pyramidenvolumen lässt sich auch von «Innen» und «Aussen» mit Quadern annähern.

Wenn wir die Quader «flacher» machen, haben mehr Quader in der Pyramide Platz und wir kommen der eigentliche Pyramidenform näher.

- Mit Hilfe des Schiebereglers könnt ihr die Quader «flacher» machen. Benutzt auch die Kontrollkästchen!
- Vergleicht das Volumen der Pyramide mit dem Volumen der Quader-Pyramiden.

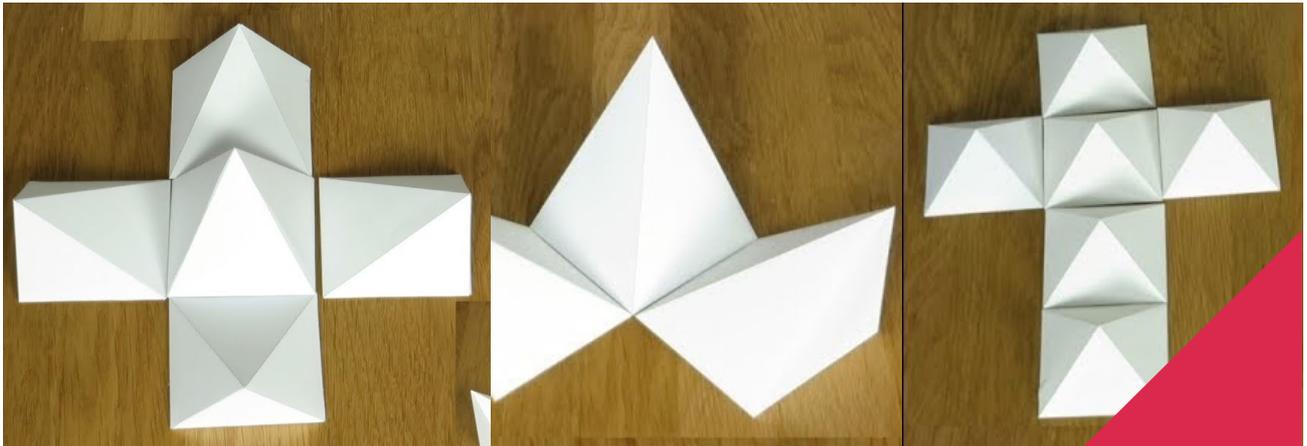
Aufgabe 4



Warum handelt es sich bei den zwei vorgestellten Varianten um exakt mathematische Methoden (im Gegensatz zum Umschüttversuch und zum Massenvergleich)?

Auftrag D5

Pyramiden «addieren»



An dieser Station werdet ihr Pyramiden zu Prismen zusammensetzen und das auf ganz unterschiedliche Arten. Los geht's!

Ziel ist es, mit Hilfe der Materialien auf die Volumenformel der Pyramide(n) zu stossen und diese zu begründen.

Vorbereitung:

1. Welche Pyramiden-Typen kennt ihr?
2. Welches sind die Eigenschaften einer Pyramide und eines Prismas (inklusive dem sehr speziellen Prisma namens «Würfel»)?
3. Arbeitet mit Hilfe des Materials an den **Aufgaben zum Weiterdenken**.

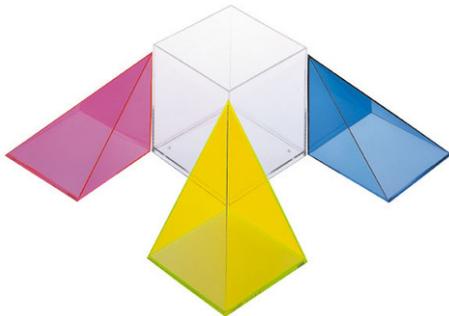
Haltet die entsprechenden Eigenschaften auf einem Blatt Papier fest.

Material:

- 6 kongruente Pyramiden (blau)
- 3 kongruente Pyramiden (quadratisch)
- Pexiglas-Würfel
- 3 Pyramiden (dreieckig)

Aufgaben zum Weiterdenken

Aufgabe 1



- a) Gelingt es euch, die drei kongruenten Pyramiden (rot, gelb, blau) vollständig in den Würfel zu legen?
- b) Wie lässt sich so die Volumenformel für Pyramiden begründen?

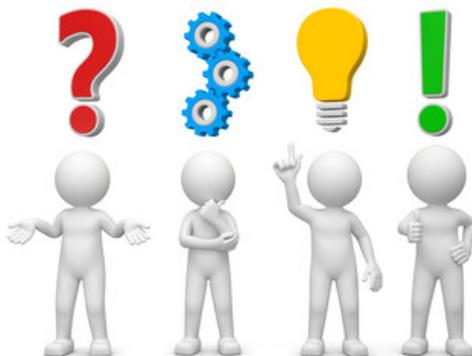
$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

Aufgabe 2



- a) Gelingt es euch auch hier, die drei Pyramiden vollständig in das Prisma zu legen?
- b) Was genau ist der Unterschied zu Aufgabe 1?
- c) Warum haben alle drei Pyramiden das gleiche Volumen?

Aufgabe 3



- a) Setzt die 6 kongruenten Pyramiden zu einem Würfel zusammen.
- b) Wie lässt sich so die Volumenformel für Pyramiden begründen?

Aufgabe 4

- a) Findet ihr heraus, was uns das grosse Holzmodell aufzeigen will?
- b) Die Volumenformel gilt für **alle** Pyramidentypen:

Warum sind die Modelle von Aufgabe 1 und 3 *Spezialfälle* und das Modell von Aufgabe 2 schon etwas *allgemeiner*? Was fehlt noch zur *vollständigen Verallgemeinerung*?

Auftrag E1

Seil um Seil – Kugeloberfläche



Vor euch liegen eine Halbkugel und eine Platte mit zwei aufgemalten Kreisscheiben. Ziel dieser Station ist es, durch das Umlegen der Seile die Formel zur Berechnung der Kugeloberfläche herauszufinden.

Überlegt euch Folgendes:

1. Kennt ihr bereits die Formel zur Berechnung der Kugeloberfläche?
2. Wie könnte man mit Hilfe des Materials bei dieser Station auf diese Formel kommen?
3. Wo könnten die Schwierigkeiten bei diesem Experiment liegen?

Die **“Schritt-für-Schritt”**-Anleitung kann euch dabei helfen!

Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Halbkugel
- Platte mit zwei Kreisscheiben
- Seile
- Papier

Schritt für Schritt

Schritt 1



Wenn ihr die Seile auf die Kreisscheiben der Platte umlegt, **beginnt ganz aussen** am Kreisrand (s. Bild oberhalb).

Beginnt ihr jedoch auf der Halbkugel, dann startet mit dem Seil **ganz unten**. Dreht das Seil jeweils so, dass die Magnete des Seils auf der Oberfläche der Kugel haften (s. Bild rechts unten).

Schritt 2



Legt die Seile **ganz eng** spiralförmig auf die Kreisscheibe oder auf die Halbkugel, bis das Seil zu Ende ist.

Dreht die Seile immer wieder aus, denn je kompakter ihr die Seile umlegt, desto genauer ist das Experiment.

Schritt 3



Fertig?

Ist noch Seil übrig? Falls ja, überlegt und diskutiert, warum es manchmal genau aufgeht und in anderen Fällen ein Stück Seil in der Mitte des Kreises übrigbleibt.

Schritt 4



Nachdem ihr das Experiment durchgeführt habt, notiert eure Antwort auf die Frage: Wie lautet die **Formel zur Berechnung der Kugeloberfläche?**

Beachtet: Ihr habt das Experiment mit einer HALB-Kugel durchgeführt und sollt die Formel für die GANZE Kugeloberfläche aufschreiben.

Auftrag E2

Rundes bauen – Kugelvolumen



Vor euch liegen Körper verschiedener Grössen. Setzt all diese Körper so auf die Halbkugel (unten), dass (näherungsweise) auch oberhalb eine Halbkugel entsteht. Überlegt, wie man damit das Volumen der Kugel berechnen kann.

Überlegt euch Folgendes:

1. Kennt ihr bereits die Formel zur Berechnung des Kugelvolumens?
2. Wie heissen die Körper, welche ihr (annähernd) zu einer Halbkugel zusammensetzen sollt?
3. Habt ihr eine Idee, wie daraus eine Formel für die Berechnung des Kugelvolumens entstehen kann?

Die **“Schritt-für-Schritt”**-Anleitung kann euch dabei helfen!

Haltet eure Ergebnisse auf einem Blatt Papier fest und tauscht euch mit anderen Gruppen aus.

Material:

- Verschiedene Körper
- Halbkugel
- Papier

Schritt für Schritt

Schritt 1



Ordnet die verschiedenen Körper und setzt sie dann geschickt zusammen, sodass über der unteren Halbkugel auch oben eine Halbkugel (näherungsweise) entsteht.

Wie heissen die Körper, welche ihr zusammensetzt?

Schritt 2



Baut Schicht für Schicht auf.

Für die Berechnung des Kugelvolumens könnt ihr diese Formel weiterverarbeiten:

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h$$

Für welche Körper lässt sich diese Formel verwenden?

Schritt 3



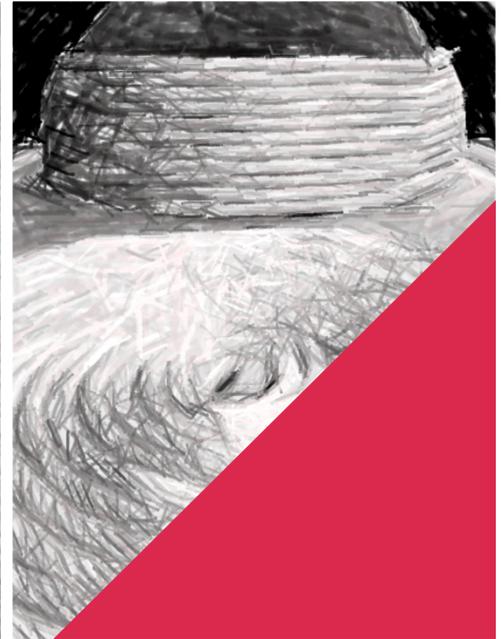
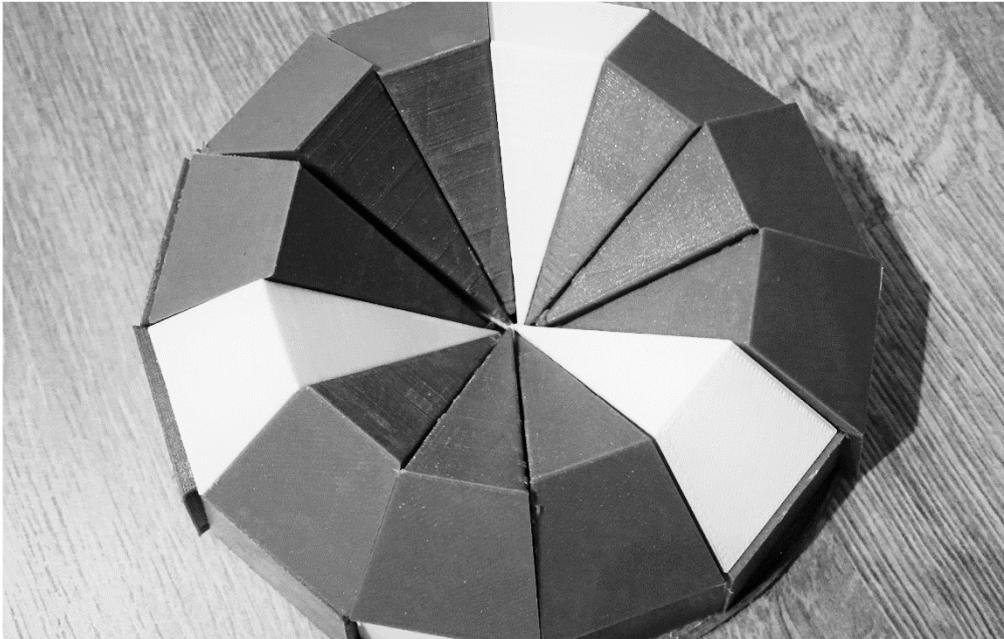
Fertig zusammengesetzt?
Dann geht's ans Berechnen...

Dazu erhaltet ihr rechts noch ein paar Tipps.

Schritt 4



- Für die Formel des Kugelvolumens braucht ihr neben der Formel oben auch jene der Kugeloberfläche.
- Überlegt, welcher anderen Grösse die Höhe h bei dieser Pyramide entspricht.
- Setzt alles richtig zusammen – wie lautet also die **Formel zur Berechnung des Kugelvolumens?**



Station E

Damit es rund läuft – Die Kugel



Unsere Welt ist voll von Kugeln und kugelähnlichen Körpern. Welche Beispiele fallen euch gerade ein?

Heute arbeitet ihr mit einer annähernd „perfekten“ Kugel. Wann ist denn eine Kugel „perfekt“?

Bei dieser Station werdet ihr zuerst die Kugeloberfläche erforschen und dieses Wissen danach für die Berechnung des Kugelvolumens nutzen.

Es gibt 2 Aufträge:

1. Seil um Seil – Kugeloberfläche
2. Rundes bauen – Kugelvolumen

Beschäftigt euch **zuerst** mit Station 1, erst dann mit Station 2.